光学の基礎
光学材料
光学公式
クリーニング
光学ミラーマウント

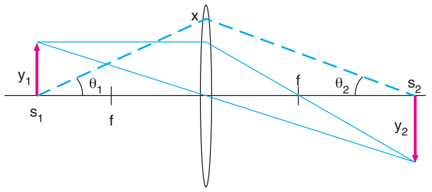


図4

この光は、光学軸からxの距離の点でレンズを通過します。この光に対し、倍率の定義を使用していくつかの基本的な幾何学公式をあてはめると、次のような式が得られます。

Θ1=X/S1, Θ=X/S2 = (x/s1)(y1/y2)

これを変形すると、次の式が得られます。

y2Θ2 = y1Θ1

これは光学における基本的な式です。レンズのみで構成されるすべての光学系においては、像のサイズと光の角度の積は、その系の中で一定または不変です。これは、光学的不変量と呼ばれるものです。

光学のテキストによっては、これをラグランジェの不変量（Lagrange Invariant）と呼んだり、スミス・ヘルムホルツの不変量（Smith - H elmhol zInvariant）と呼んだりしています

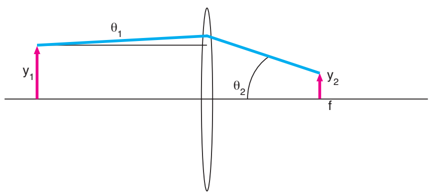
光学的不変量は、私たちがここで扱っている近軸近似においても有効です。また、この展開では、レンズは収差のない理想的なものであると仮定します。ここでの検討において収差を考慮に入れるということは、不変量の式において等号を不等号（≧）に変えることを意味します。つまり、収差は積の値を大きくすることはあっても小さくすることはありません。

フォーカシングとコリメーティング

Focusing and Collimating

応用1：コリメーティングされたレーザービームのフォーカシング

第1の例として、レーザービームを小さなスポットにフォーカシングするという一般的な応用例を考えてみます。この状況を図5に示します。ここでレーザービームの半径をy_1、拡散をθ_1として、これを焦点距離fのレンズでフォーカシングするものとします。図から、θ_2=y1/fであることが分かります。光学的不変量からすると半径と拡散角の積は一定のはずですから、$y_2 = \theta_1 f$でなければなりません。



実際に数値を用いた例として、NewportのHeNeレーザーR-31005の出力を、同じくNewportの KPX043平凸レンズを使用してフォーカシングする場合を考えてみましょう。このレーザーのビーム径は0.63 mmで拡散角は1.3 μradです。これらの値は、直径と全拡散角です。したがって、図の表記を使用するとy_1 = 0.315 mm、θ_1 = 0.65 μradとなります。KPX043レンズの焦点距離は25.4 mmです。したがって、焦点におけるスポット半径は$\theta_1 f$ = 16.5 μm、直径にすると33 μmとなります。

この応用例においては、これが焦点のスポット径の最小サイズに関する基本的な限界となります。ここでは、レンズは収差のない理想的なものであると仮定していますので、レンズを改善することによってスポット径を小さくする余地はありません。スポット径を小さくする方法は、より短い焦点距離のレンズを使用するか、ビーム径を大きくすることだけです。光学系の幾何学的な制約によってこれが不可能な場合は、33 μmが実現可能な最小のスポット径ということになります。さらに、このスポット径は回折によってさらに大きくなる可能性がありますが（P484からの「ガウシアンビーム光学」を参照してください）、ここでは波動光学は無視して幾何光学だけを扱います。

応用2：点光源からの光のコリメーティング

もう1つの一般的な応用例は、図6に示すような非常に小さな光源からの光のコリメーションです。この問題は、多くの場合「点光源」からの出力をコリメートするものとして説明されます。残念ながら真の点光源というものは今のところ存在せず、計算においては必ず光源のサイズを考慮に入れる必要があります。図6における点光源は半径y_1で、角度θ1の最大角度光を発します。この光源からの出力を焦点距離fのレンズでコリメートする場合、そのビームは半径 $y_2 = \theta_1 f$、拡散角$\theta_2 = y_1/f$となります。ここで、どのようなレンズを使用したとしても、ビーム半径とビーム拡散角は相反関係にあるということに留意してください。たとえば、コリメーションの精度を2倍にしようとすると、ビーム径も2倍にする必要があります。

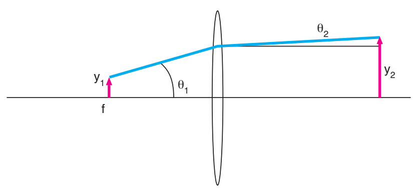


図6

最も一般的な応用例は光ファイバからの出力のコリメーションなので、これを想定して実際の数値を検討してみましょう。NewportのF-MBBファイバのコア直径は200 μm、開口数（NA）は0.37です。したがって、この光源の半径y1は100 μmとなります。NAはファイバが受け入れることのできる角度の半分として定義されますので、θ_1 = 0.37です。この例においても焦点距離25.4 mmのレンズKPX043を使用してコリメーティングを行うと、ビーム半径は9.4mm、半拡散角は4mradとなります。以上から、ビームのサイズと拡散角の間には特別な関係があることがわかります。ビーム径を小さくしたければ、拡散角を大きくする必要があります。また、長い距離にわたってビームを平行に保ちたければ、これを実現するためにはビーム径をより大きなものにしなければなりません。

応用3：レーザービームの拡大

レーザービームの拡大が必要になることはよくありますが、これを行うためには少なくとも2枚のレンズが必要です。図7では、半径y_1、拡散角 1のレーザービームが焦点距離$-f_1$の負のレンズで拡大されています。応用1と2から$\theta_2 = y_1/|-f_1|$であり、また、光学的不変量から、このレンズによって形成される虚像の半径は$y_2 = \theta_1|-f_1|$. となります。この像はレンズの焦点の位置にあり、$s_2 = -f_1$です。さらに、良好にコリメートされたビームではs_1～∞とすることができるので、ガウスのレンズ公式からs2 = fとなります。正の焦点距離f_2を持つ2枚目のレンズを置いて、これら2枚のレンズを2つの焦点距離の和$-f_1 + f_2$だけ離すと、半径$y_3 = \theta_2 f_2$、拡散角$\theta_3 = y_2/f_2$のビームが得られます。

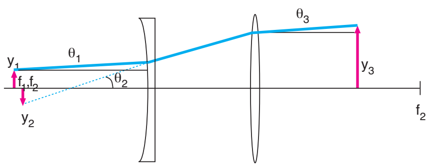


図7

拡大率には次の式が成り立ちます。

$y3/y1 = \theta2f2/\theta2|-f1| = f2/|-f1|$,

これはつまりレンズの焦点距離の比率です。拡大したビームの直径には次の式が成り立ちます。

$2y3 = 2\theta2f2 = 2y1f2/|-f1|$.

得られた拡大ビームの拡がり角には次の式が成り立ちます。

$\theta3 = y2/f2 = \theta1|-f1|/f2$

この拡がり角は、当初の拡がり角よりも焦点距離| –f1|/f2の比率と等倍率で小さくなります。そのため、レーザービームを5倍に拡大するには、焦点距離の差が5倍の2枚のレンズを選択します。拡大したビームの拡がり角は、当初の拡がり角の1/5倍になります。

一例として、NewportのR-31005 HeNeレーザー（ビーム径0.63 mm、拡がり角1.3 µrad）を検討します。これはビーム径と完全な拡がり角ですので、図の表記と同様に、y1 = 0.315 mmであり、θ1 = 0.65 µradとなります。このビーム径を10倍に拡大し、拡がり角を10分の1に抑えるには、f1 = –25 mmの平凹レンズ KPC043と f2 = 250 mmの平凸レンズ KPX109を選択します。実物のレンズは薄いレンズの数値とはわずかに異なりますので、この2つのレンズの間隔は実際には背面焦点距離の合計、BFL1 + BFL2 = –26.64 mm + 247.61 mm = 220.97 mmとなります。拡大したビーム径は次のようになります。

$$2y3 = 2y1f2/|-f1|$$

$$= 2(0.315\ \text{mm})\ (250\ \text{mm})/|-25\ \text{mm}|$$

$$= 6.3\ \text{mm}.$$

拡がり角は、次のとおりです。

$$\theta3 = \theta1|-f1|/f2$$

$$= (0.65\ \mu\text{rad})|-25\ \text{mm}|/250\ \text{mm}$$

$$= 0.065\ \mu\text{rad}.$$

収差を最小限に抑えるため、負レンズには平凹レンズ、正レンズには平凸レンズを使用し、2つのレンズの平面が向かい合うように配置することが最適です。さらに収差を抑えるには、レンズの中心部にのみ光を通す必要がありますので、大きめのレンズを選択すると好都合です。これはガリレイ型ビームエキスパンダと呼ばれる形式です。2つの正レンズを使用するケプラー型ビームエキスパンダの設計もありますが、ガリレイ型設計よりも構成が長くなります。

応用4：拡大した光源を小さなスポットへ集光

この応用は、前述のいくつかの応用のような集光やコリメーション問題ではなく、イメージング問題へのアプローチです。CCDカメラを使用して蛍光サンプルの画像処理を行うような状況が一例です。図8はその配列を示しています。半径y1の拡大光源が焦点距離fのレンズから距離s1に配置されています。図では、曲率Rでレンズに入射する光線を示しています。この曲率Rを使用して、レンズの最大許容光線、あるいは有効径を求めます。

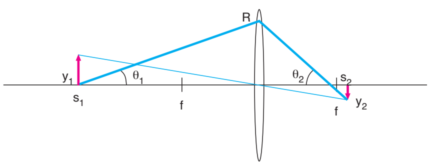


図8

弊社のガウシアンレンズの式から、s1が大きくなると、s2がfに近づきます。近似値を得るため、θ2 ~ R/fとします。次に、光学不変量から次の式が成り立ちます。

$y2 = y1\theta1/\theta2 = y1(R/s1)(f/R)$ または

$y2 = 2y1(R/s1)f/\#$.

ここで、f/2R = f/Dはレンズのf数（f/#）です。f/#を小さくすると画像サイズが小さくなりますが、f/# = 1程度が限度です。残された選択肢は、Rを減らす（小型レンズを使う、またはレンズ前面の開口絞りを小さくする）、またはs1を増やすことです。しかし、どちらを行っても、レンズの集光を制限することになります。Rを半分にするか、s1を2倍にした場合、レンズが規定する立体角が制限されるため、s2で集光される光の合計量は4分の1になります。