光学の基礎

Optics Fundamentals

幾何学的光線追跡

光学的問題を解決するためのレンズの使用方法は、光線追跡の構成要素から説明していくことができます。理想的な薄型レンズを使用した像の形成を例にとった最も基本的な光線図を図1に示します。この図では、焦点距離fの理想的な薄型レンズから距離s_1の位置にある高さy1の物体が示されています。このレンズは、レンズ背面の距離s2の位置に高さy_2の像を形成します。

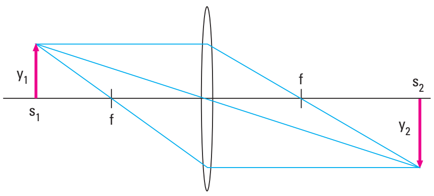


図1

理想的な薄型レンズとは、その肉厚が焦点距離に影響を与えない程度に充分薄いレンズを意味します。この場合レンズを通る光は、図に示すようにレンズの対称面でその経路を変えるものとします。また、ここで述べる問題においては、この理想的な薄型レンズを使用するものとします。初歩的な説明においては、このような仮定に基づいて話を進めても問題はありません。ここでは、収差やレンズの肉厚に関する問題は考えません。

サイズと位置は、このうちの2本の光線によって決定されます。物体から発した光線のうちの1本は、レンズの光学軸と平行に進みます。この光線はレンズによって屈折し、レンズ背面の距離fの位置で光学軸と交差します。2番目の光線は、レンズ前方の距離fの位置で光学軸と交差します。この光線はレンズによって屈折し、レンズ背面では光学軸と平行に進みます。3番目の光線は、レンズの中心を通過します。レンズ表面は光学軸に対して垂直な上にレンズが非常に薄いので、光線がレンズを通過する際の屈折は無視することができます。

理想的な薄型レンズという仮定に加えて、近軸近似を使用します。これは、角度が充分に小さい場合は、sin を に近似することができるというものです。

倍率

レンズの倍率は、基本的な幾何学によって求めることができます。図2は、図1における光線図の一部を強調して表示したものです。レンズの中心を通る光線と光学軸は、角度fで交差しています。交差する2本の線分の対角は等しくなります。したがって、2個の相似三角形が得られ、これから辺の比をとると次の式が得られます。

f= y1/s1 = y2/s2

これからさらに次の式が得られます。

y2/y1 = s2/s1 = M.

ここで得られた値Mが、レンズによる物体の倍率です。倍率は物体に対する像のサイズの比ですが、物体までの距離に対する像までの距離の比でもあります。

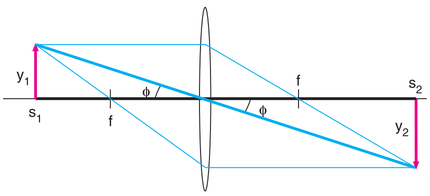


図2

以上のことにより、光学系の幾何学に対する基本的な制約が導かれます。あるサイズの光学系が特定の倍率を持つ場合、その要求を満足するレンズ位置は1個所に制限されます。これに対して大きな利点となるのは、倍率を知るために物体と像のサイズを直接測定する必要がないということです。倍率は、この画像系の幾何学的要因によって決定することができます。

ガウスのレンズ公式

ここで図に示した光線追跡に戻り、このレンズ系のもう1つの部分に注目してみましょう。図3では光学軸とレンズ前面の焦点に着目します。ここでも、頂点を共有する2個の相似三角形を考えます。この場合は頂角 で、次の式が得られます。

y2/f = y1/(s1-f).

この式を変形すると、倍率の定義から次の式が得られます。

y2/y1 = s2/s1 = f/(s1-f).

この式をもう一度変形することによって、最終的に次の式が得られます。

1/f = 1/s1 + 1/s2.

これがガウスのレンズ公式です。この公式は、レンズの焦点距離と光学系のサイズとの基本的な関係を示します。必要な倍率定義とガウスの公式によって、2つの式と3つの未知数（f、s1、s2）からなるシステムが構成されます。実際の場合は、最終的に1つの条件を追加することによってこれら3つの変数を求めることができます。

この追加条件とは、多くの場合はレンズの焦点距離f、または像までの距離に対する物体のサイズです。後者の場合は、光学系のサイズ的制約によってs1 + s2の値が与えられます。いずれの場合も、3つの変数をすべて求めることができます。

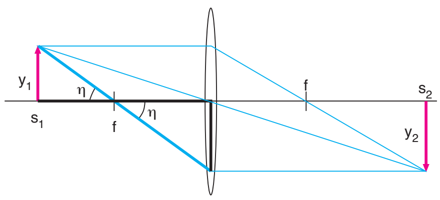


図3

光学的不変量

以上で、光学系を通過する任意の光がどのような挙動を示すのかを理解するための準備が整いました。図4はこのような光を示したものです。この図では、最大角度光を選びました。最大角度光とは、物体を離れるときに光学軸と最も大きい角をなし、有効開口の最も外側を通過する光のことです。このような光を選択することによって光学系内における光の挙動を分かりやすく表示できることはもちろんですが、この最大角度光はある目的に知った光学系を設計する上で最も重要な要素であることも事実です。ここでは図をこのように描いていますが、どの光を選択するかはまったくの自由で、どの光を選択したにしても以下に展開する理論に変りはありません。

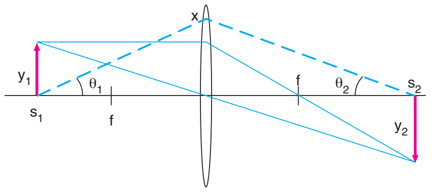


図4

この光は、光学軸からxの距離の点でレンズを通過します。この光に対し、倍率の定義を使用していくつかの基本的な幾何学公式をあてはめると、次のような式が得られます。

Θ1=X/S1, Θ=X/S2 = (x/s1)(y1/y2)

これを変形すると、次の式が得られます。

y2Θ2 = y1Θ1

これは光学における基本的な式です。レンズのみで構成されるすべての光学系においては、像のサイズと光の角度の積は、その系の中で一定または不変です。これは、光学的不変量と呼ばれるものです。

光学のテキストによっては、これをラグランジェの不変量（Lagrange Invariant）と呼んだり、スミス・ヘルムホルツの不変量（Smith - H elmhol zInvariant）と呼んだりしています

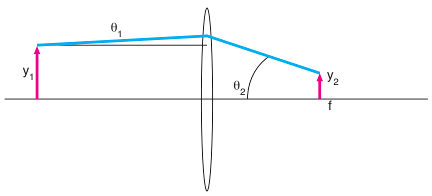
光学的不変量は、私たちがここで扱っている近軸近似においても有効です。また、この展開では、レンズは収差のない理想的なものであると仮定します。ここでの検討において収差を考慮に入れるということは、不変量の式において等号を不等号（≥）に変えることを意味します。つまり、収差は積の値を大きくすることはあっても小さくすることはありません。

フォーカシングとコリメーティング

Focusing and Collimating

応用1：コリメーティングされたレーザービームのフォーカシング

第1の例として、レーザービームを小さなスポットにフォーカシングするという一般的な応用例を考えてみます。この状況を図5に示します。ここでレーザービームの半径をy_1、拡散をθ_1として、これを焦点距離fのレンズでフォーカシングするものとします。図から、θ_2=y1/fであることが分かります。光学的不変量からすると半径と拡散角の積は一定のはずですから、$y_2 = \theta_1 f$でなければなりません。



実際に数値を用いた例として、NewportのHeNeレーザーR-31005の出力を、同じくNewportの KPX043平凸レンズを使用してフォーカシングする場合を考えてみましょう。このレーザーのビーム径は0.63 mmで拡散角は1.3 μradです。これらの値は、直径と全拡散角です。したがって、図の表記を使用するとy_1 = 0.315 mm、θ_1 = 0.65 μradとなります。KPX043レンズの焦点距離は25.4 mmです。したがって、焦点におけるスポット半径は$\theta_1 f$ = 16.5 μm、直径にすると33 μmとなります。

この応用例においては、これが焦点のスポット径の最小サイズに関する基本的な限界となります。ここでは、レンズは収差のない理想的なものであると仮定していますので、レンズを改善することによってスポット径を小さくする余地はありません。スポット径を小さくする方法は、より短い焦点距離のレンズを使用するか、ビーム径を大きくすることだけです。光学系の幾何学的な制約によってこれが不可能な場合は、33 μmが実現可能な最小のスポット径ということになります。さらに、このスポット径は回折によってさらに大きくなる可能性がありますが（P484からの「ガウシアンビーム光学」を参照してください）、ここでは波動光学は無視して幾何光学だけを扱います。

応用2：点光源からの光のコリメーティング

もう1つの一般的な応用例は、図6に示すような非常に小さな光源からの光のコリメーションです。この問題は、多くの場合「点光源」からの出力をコリメートするものとして説明されます。残念ながら真の点光源というものは今のところ存在せず、計算においては必ず光源のサイズを考慮に入れる必要があります。図6における点光源は半径y_1で、角度θ1の最大角度光を発します。この光源からの出力を焦点距離fのレンズでコリメートする場合、そのビームは半径 $y_2 = \theta_1 f$、拡散角$\theta_2 = y_1/f$となります。ここで、どのようなレンズを使用したとしても、ビーム半径とビーム拡散角は相反関係にあるということに留意してください。たとえば、コリメーションの精度を2倍にしようとすると、ビーム径も2倍にする必要があります。

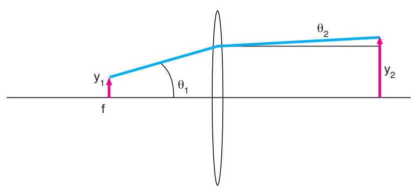


図6

最も一般的な応用例は光ファイバからの出力のコリメーションなので、これを想定して実際の数値を検討してみましょう。NewportのF-MBBファイバのコア直径は200 μm、開口数（NA）は0.37です。したがって、この光源の半径y1は100 μmとなります。NAはファイバが受け入れることのできる角度の半分として定義されますので、θ_1 = 0.37です。この例においても焦点距離25.4 mmのレンズKPX043を使用してコリメーティングを行うと、ビーム半径は9.4mm、半拡散角は4mradとなります。以上から、ビームのサイズと拡散角の間には特別な関係があることがわかります。ビーム径を小さくしたければ、拡散角を大きくする必要があります。また、長い距離にわたってビームを平行に保ちたければ、これを実現するためにはビーム径をより大きなものにしなければなりません。

応用3：レーザービームの拡大

レーザービームの拡大が必要になることはよくありますが、これを行うためには少なくとも2枚のレンズが必要です。図7では、半径y_1、拡散角 1のレーザービームが焦点距離$-f_1$の負のレンズで拡大されています。応用1と2から$\theta_2 = y_1/|-f_1|$であり、また、光学的不変量から、このレンズによって形成される虚像の半径は$y_2 = \theta_1|-f_1|$. となります。この像はレンズの焦点の位置にあり、$s_2 = -f_1$です。さらに、良好にコリメートされたビームではs_1~∞とすることができるので、ガウスのレンズ公式からs2 = fとなります。正の焦点距離f_2を持つ2枚目のレンズを置いて、これら2枚のレンズを2つの焦点距離の和$-f_1 + f_2$だけ離すと、半径$y_3 = \theta_2 f_2$、拡散角$\theta_3 = y_2/f_2$のビームが得られます。