

ここで

δ_{SOLID} は固体テーブルのたわみ

δ_{SANDWICH} はサンドイッチ構造のテーブルのたわみ

P_{SANDWICH} はサンドイッチ構造の単位面積当たりの重量

ρ は固体材料の密度

上の公式の例として、厚み8インチのNewport製テーブルの性能と、厚み8インチの炭素スチール製固体テーブルに対する比較をしましょう。これら2つのテーブルの特性を下の表に示します。

	固体構造	サンドイッチ
1. 弾性係数	$29 \times 10^6 \text{ psi}$	$29 \times 10^6 \text{ psi}$
2. 表面板の密度	0.28 lb-in.^{-3}	0.28 lb-in.^{-3}
3. ポアソン比	0.33	0.33
4. 表面板の厚み	N/A	0.19 in.
5. 単位面積当たりの重量	2.24 lb/in.^2	0.17 lb/in.^2

固体テーブルの静的曲げ剛性は、次式で与えられます：

$$D_{\text{SOLID}} = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} = \frac{(29 \times 10^6 \text{ psi})(8 \text{ in.})^3}{12[1-(0.33)^2]} = 1.39 \times 10^9 \text{ lb-in.}$$

サンドイッチ構造のテーブルの静的曲げ剛性は、次式で与えられます：

$$D_{\text{SANDWICH}} = \frac{E_t h^3}{2(1-\nu^2)} = \frac{(29 \times 10^6 \text{ psi})(0.19 \text{ in.})(8 \text{ in.})^2}{2[1-(0.33)^2]} = 198 \times 10^6 \text{ lb-in.}$$

自重によるたわみの比は次のように求められます。

$$\frac{\delta_{\text{SANDWICH}}}{\delta_{\text{SOLID}}} = \left[\frac{P_{\text{SANDWICH}}}{\rho h} \right] \left[\frac{D_{\text{SOLID}}}{D_{\text{SANDWICH}}} \right] = \left[\frac{(0.17 \text{ psi})}{(0.28 \text{ lb-in.}^{-3})(8 \text{ in.})} \right] \left[\frac{1.39 \times 10^9 \text{ lb-in.}}{198 \times 10^6 \text{ lb-in.}} \right] = 0.53$$

この例は、サンドイッチ構造のテーブルの自重によるたわみが、同じ厚みを持つ固体テーブルの場合の約半分であることを示しています。それどころか経験によれば、サンドイッチ構造のテーブルの自重によるたわみが、同じ厚みを持つ固体テーブルと比べて、この例の場合よりもかなり小さくなるのです。

*See C.W. Bert, Journal of Sound and Vibration, 1993, 162 (3), 547-557参照。

現実の梁のたわみを近似する Approximating Real-World Beam Deflection

Newportの最大相対運動公式を使えば、テーブルトップの最大の（最悪のケースの）たわみを良く近似することができます。この技術ノートでは、最大相対運動と現実の応用における梁のたわみを説明し、数量化します。

以下、テーブルトップの上にミラーマウントを取り付けるという単純な構成を例として説明します。鏡で反射されるレーザービームは、テーブルトップの2種類の振動モードによって影響を受けます：すなわち、テーブルトップの並進運動（膨張・収縮）による軸方向のたわみと、テーブルトップの曲げ運動による角度のあるたわみです。

各モードの相対的寄与は、2つの原則により法則化されており、ビームのたわみを直接測定する簡単な方法も含まれています。

原則1：変位が並進運動である限り、テーブルトップのたわみは問題ではない

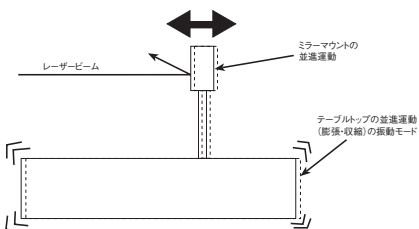


図1：敏感なシステムでも、テーブルトップの並進運動によって影響されません。

テーブルトップ表面の最大たわみは、最大相対運動公式で以下のように計算されます。

$$\delta = \left(\frac{1}{32 \times \pi^3} \right)^{\frac{1}{2}} \times g \times \left(\frac{Q}{f_n^3} \right)^{\frac{1}{2}} \times \text{PSD}^{\frac{1}{2}}$$

この公式はテーブルトップまたはブレッドボードの最悪ケースにおけるたわみを与えるもので、記号の意味は以下の通りです。

δ = テーブルトップの最悪のケース（最大）のたわみ

g = 重力加速度 (386 in./sec²)

Q/f_n^3 = テーブルの動的たわみ係数 (Newport製の全てのテーブルおよびブレッドボードに示されていますが、コンプライアンス曲線から導くこともできます)

$\text{PSD} = f_n$ でのパワースペクトル密度

この公式を使って、テーブルのたわみがテーブルトップの上のミラーマウントにどのような影響を与えるかを見ることができます。

例

ここでもNewportの、寸法4×8フィート、厚さ12インチ (1200 × 2400 × 305 mm) のRS2000テーブルトップを例として考えます。1×10⁻⁹ g²/Hzという現実的なPSDの値を採用すると、テーブルの最大たわみは次のように計算されます。

$$\delta = \left(\frac{1}{32 \times \pi^3} \right)^{\frac{1}{2}} \times g \times \left(\frac{5}{190^3} \right)^{\frac{1}{2}} \times (10^{-9})^{\frac{1}{2}} = 331 \times 10^{-9} \text{ インチ}$$

並進運動の変位に対するこの計算値は、300万分の1インチほどであり、He-Neレーザー光の波長の約0.013倍です。この程度のたわみは普通、ほとんどの実験や用途において問題とはならないでしょう。

原則2：テーブルトップの角度たわみは、梁のたわみにはるかに大きな影響を与える

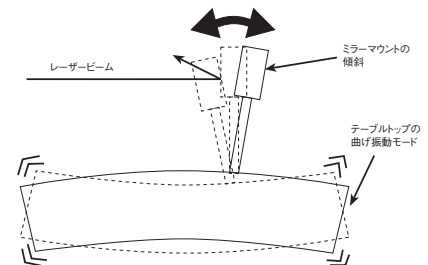


図2：テーブルトップの曲げは、梁のたわみを生じる最大の原因です。

テーブルトップの傾斜を考慮して計算すると、状況は更に深刻になります。テーブルトップまたはブレッドボードが振動の影響を受けると、並進運動をするだけでなく、曲げモードの運動も行います。テーブルトップの曲げは、以下の2つの理由により光学的性能に深刻な影響を及ぼします。

- 鏡が回転すると、反射ビームの角度は傾斜角の2倍になる
- 「倍加した」誤差は、反射光が鏡から離れるに従って、その距離に比例して増加する

$$\delta_{\text{tilt}} = \theta_{\text{mirror}} \times x$$

ここで

δ_{tilt} = ビーム (スポット) の変位

θ_{mirror} = 鏡の傾斜角

x = 鏡からの距離

例えば、平面鏡がわずか1ミリラジアン (1×10^{-3} ラジアン) 傾いただけで、1 m離れた場所で反射ビームのスポットは2 mmもずれてしまうのです。

テーブルの最大傾斜も、非常に簡単に求められます。例として、寸法4x8フィート、厚さ12インチ (1200 x 2400 x 305mm) のNewport RS2000テーブルを考えます。このテーブルを4隅で支え、 $1 \times 10^{-9} \text{g}^2/\text{Hz}$ のPSDで励起すると仮定します。この理想化されたケースでは、テーブルは単純支持で一様分布荷重を受ける梁のような挙動を示し、表面の最大傾斜は次式によってテーブルの最大たわみと結びつけられます。

$$\theta_{\text{max}} = \pi \times \frac{\delta_{\text{max}}}{L}$$

ここで

θ_{max} = 表面の最大傾斜

δ_{max} = 表面の最大たわみ

L = テーブルの長さ

前の例で、テーブルの最大たわみが 331×10^{-9} インチと求められました。従ってテーブルの最大傾斜は以下のようになります。

$$\theta_{\text{max}} = \pi \times \frac{331 \times 10^{-9}}{96} = 10.8 \times 10^{-9} \text{ラジアン}$$

これが及ぼす影響を知るために、平面鏡で反射したビームを40インチ (約1 m) 離れた場所で受ける場合を考えます。反射光が当たる位置 (スポット) のズレは以下のようになります。

$$\delta = 2 \times (10.8 \times 10^{-9}) \times 40 = 867 \times 10^{-9} \text{ in.}$$

ビームのズレは1インチの100万分の1よりもわずかに小さい値です。テーブルに十分な振動制御機能がないと、このズレにシステム内の鏡の数と光路の全長が掛け合わされて、実験に大きな影響を及ぼす可能性があります。例えば、相対運動の総和が100万分の5インチになると、開口数0.25の回折の制約を受ける光学系の像の品質は、大幅に低下します。たわみがこの程度になると、ホログラムの露光画像が完全に損なわれます。

任意のテーブルトップまたはブレッドボードに対してビームのたわみを計算する

反射光のたわみの式とテーブルのたわみの式を組み合わせると、任意のテーブルトップまたはブレッドボードについて、鏡で反射された光 (スポット) の変位の良い近似が得られます。

$$\delta = 77 \times \frac{x}{L} \times \left(\frac{Q}{f_n^3} \right)^{\frac{1}{2}} \times \text{PSD}^{\frac{1}{2}}$$

ここで

δ = 反射光のスポットのズレ (インチ)

x = 鏡からスポットまでの距離 (インチ)

L = テーブルの長さ (インチ)

Q/f_n^3 = テーブルトップまたはブレッドボードの動的たわみ係数

PSD = テーブルトップの固有振動数でのパワースペクトル密度

例

確認のために、この式を使って上の最後の例におけるスポットの移動量を計算しましょう。パラメータは以下の通りです。

$x = 40 \text{ in.}$

$L = 96 \text{ in.}$

$Q = 5$

$f_n = 190 \text{ Hz}$

PSD = $1 \times 10^{-9} \text{g}^2/\text{Hz}$

するとスポットの変位は次のようになります。

$$\delta = 77 \times \frac{40}{96} \times \left[\frac{5}{190^3} \right]^{\frac{1}{2}} \times (10^{-9})^{\frac{1}{2}} = 866 \times 10^{-9} \text{ インチ}$$