

表面板材料のヤング率

炭素鋼	29.0 x 10 ⁶ psi (200 GPa)
ステンレススチール	29.0 x 10 ⁶ psi (200 GPa)
スーパーインバー6061-T6	21.5 x 10 ⁶ psi (148 GPa)
アルミニウム	9.9 x 10 ⁶ psi (69 GPa)
グラナイト	7.0 x 10 ⁶ psi (48 GPa)

例

寸法4×8フィート、厚さ12インチ (1200 × 2400 × 305 mm) のRS4000テーブルトップに250ポンドの荷重をかけたときの静的たわみ (SD) は以下のように計算されます。

$$P = 250 \text{ lb}$$

$$L = 52 \text{ in. span}$$

$$E = 29,000,000 \text{ psi}$$

$$b = 48 \text{ in.}$$

$$T = 0.1875 \text{ in.}$$

$$H = 12 \text{ in.}$$

$$G = 225,000 \text{ psi}$$

$$SD = \frac{(250)(52)^3}{(24)(29 \times 10^6)(48)(.1875)(12^2)} + \frac{(250)(52)}{(4)(225,000)(12)(48)}$$

$$= 3.90 \times 10^{-5} + 2.51 \times 10^{-5}$$

$$SD = 6.41 \times 10^{-5} \text{ inches}$$

ハニカム構造は、なぜ固体構造よりもたわみが小さいか Why Honeycomb Structures Deflect Less Than Solid Structures

サンドイッチ構造の除振テーブルは、同じ重量を持つ固体構造 (むく) のテーブルよりも高い剛性を示します。重量が同じであれば、サンドイッチ構造のテーブルの方が固体構造のテーブルよりも高い基本周波数を持ちます。サンドイッチ構造のテーブルの曲げ挙動は複雑ですが、以下に述べる単純な近似が用いられます。

自重だけが作用する除振テーブルの基本周波数は次式で与えられます：

$$f \cong \frac{C}{2\pi} \left(\frac{g}{\delta} \right)^{\frac{1}{2}}$$

ここで

fは基本周波数 (Hz)

δは自重によるたわみ

gは重力加速度

Cはテーブルの形状によって1.13から1.26の範囲にある定数*

4隅で支持された長方形テーブルの自重によるたわみは、次式で与えられます：

$$\delta \cong \frac{1}{144} e^{1.267 \left(\frac{b}{L} \right)} \frac{P}{D} L^4$$

ここで

δは自重によるたわみ

Pはテーブルの単位面積当たりの重量

Lはテーブルの長さ

bはテーブルの幅

Dはテーブルの静的曲げ剛性

固体構造のテーブルの静的曲げ剛性は、次式で与えられます：

$$D_{\text{SOLID}} = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$$

ここで

D_{SOLID}は固体構造のテーブルの静的曲げ剛性

Eは固体材料の弾性係数

hはテーブルの厚み

νは固体材料のポアソン比

サンドイッチ構造のテーブルの場合、曲げ剛性は次式で近似されます。

$$D_{\text{SANDWICH}} \cong \frac{E_t h^2}{2(1-\nu^2)}$$

ここで

D_{SANDWICH}はサンドイッチ構造のテーブルの曲げ剛性

Eはサンドイッチ構造の表面板の弾性係数

t_fはサンドイッチ構造の表面板の厚み

hはテーブルの厚み

(上式は、上部及び下部の表面板の厚みが同じであり、コアのせん断剛性が無視できると仮定しています。)

たわみと静的曲げ剛性の公式を使えば、同じ厚みのサンドイッチ構造と固体構造のテーブルの間におけるたわみの比が次のように与えられます。

$$\frac{\delta_{\text{SANDWICH}}}{\delta_{\text{SOLID}}} = \left[\frac{P_{\text{SANDWICH}}}{\rho \times h} \right] \left[\frac{D_{\text{SOLID}}}{D_{\text{SANDWICH}}} \right]$$

ここで

δ_{SOLID} は固体テーブルのたわみ

δ_{SANDWICH} はサンドイッチ構造のテーブルのたわみ

P_{SANDWICH} はサンドイッチ構造の単位面積当たりの重量

ρ は固体材料の密度

上の公式の例として、厚み8インチのNewport製テーブルの性能と、厚み8インチの炭素スチール製固体テーブルに対する比較をしましょう。これら2つのテーブルの特性を下の表に示します。

	固体構造	サンドイッチ
1. 弾性係数	$29 \times 10^6 \text{ psi}$	$29 \times 10^6 \text{ psi}$
2. 表面板の密度	0.28 lb-in.^{-3}	0.28 lb-in.^{-3}
3. ポアソン比	0.33	0.33
4. 表面板の厚み	N/A	0.19 in.
5. 単位面積当たりの重量	2.24 lb/in.^2	0.17 lb/in.^2

固体テーブルの静的曲げ剛性は、次式で与えられます：

$$D_{\text{SOLID}} = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} = \frac{(29 \times 10^6 \text{ psi})(8 \text{ in.})^3}{12[1-(0.33)^2]} = 1.39 \times 10^9 \text{ lb-in.}$$

サンドイッチ構造のテーブルの静的曲げ剛性は、次式で与えられます：

$$D_{\text{SANDWICH}} = \frac{E_t h^3}{2(1-\nu^2)} = \frac{(29 \times 10^6 \text{ psi})(0.19 \text{ in.})(8 \text{ in.})^2}{2[1-(0.33)^2]} = 198 \times 10^6 \text{ lb-in.}$$

自重によるたわみの比は次のように求められます。

$$\frac{\delta_{\text{SANDWICH}}}{\delta_{\text{SOLID}}} = \left[\frac{P_{\text{SANDWICH}}}{\rho h} \right] \left[\frac{D_{\text{SOLID}}}{D_{\text{SANDWICH}}} \right] = \left[\frac{(0.17 \text{ psi})}{(0.28 \text{ lb-in.}^{-3})(8 \text{ in.})} \right] \left[\frac{1.39 \times 10^9 \text{ lb-in.}}{198 \times 10^6 \text{ lb-in.}} \right] = 0.53$$

この例は、サンドイッチ構造のテーブルの自重によるたわみが、同じ厚みを持つ固体テーブルの場合の約半分であることを示しています。それどころか経験によれば、サンドイッチ構造のテーブルの自重によるたわみが、同じ厚みを持つ固体テーブルと比べて、この例の場合よりもかなり小さくなるのです。

*See C.W. Bert, Journal of Sound and Vibration, 1993, 162 (3), 547-557参照。

現実の梁のたわみを近似する Approximating Real-World Beam Deflection

Newportの最大相対運動公式を使えば、テーブルトップの最大の（最悪のケースの）たわみを良く近似することができます。この技術ノートでは、最大相対運動と現実の応用における梁のたわみを説明し、数量化します。

以下、テーブルトップの上にミラーマウントを取り付けるという単純な構成を例として説明します。鏡で反射されるレーザービームは、テーブルトップの2種類の振動モードによって影響を受けます：すなわち、テーブルトップの並進運動（膨張・収縮）による軸方向のたわみと、テーブルトップの曲げ運動による角度のあるたわみです。

各モードの相対的寄与は、2つの原則により法則化されており、ビームのたわみを直接測定する簡単な方法も含まれています。

原則1：変位が並進運動である限り、テーブルトップのたわみは問題ではない

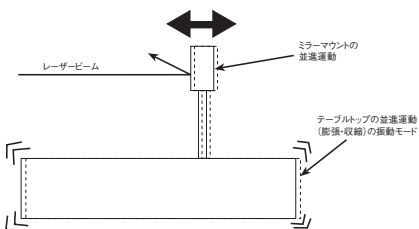


図1：敏感なシステムでも、テーブルトップの並進運動によって影響されません。

テーブルトップ表面の最大たわみは、最大相対運動公式で以下のように計算されます。

$$\delta = \left(\frac{1}{32 \times \pi^3} \right)^{\frac{1}{2}} \times g \times \left(\frac{Q}{f_n^3} \right)^{\frac{1}{2}} \times \text{PSD}^{\frac{1}{2}}$$

この公式はテーブルトップまたはブレッドボードの最悪ケースにおけるたわみを与えるもので、記号の意味は以下の通りです。

δ = テーブルトップの最悪のケース（最大）のたわみ

g = 重力加速度 (386 in./sec²)

Q/f_n^3 = テーブルの動的たわみ係数 (Newport製の全てのテーブルおよびブレッドボードに示されていますが、コンプライアンス曲線から導くこともできます)

$\text{PSD} = f_n$ でのパワースペクトル密度

この公式を使って、テーブルのたわみがテーブルトップの上のミラーマウントにどのような影響を与えるかを見ることができます。

例

ここでもNewportの、寸法4×8フィート、厚さ12インチ (1200 × 2400 × 305 mm) のRS2000テーブルトップを例として考えます。1×10⁻⁹g²/Hzという現実的なPSDの値を採用すると、テーブルの最大たわみは次のように計算されます。

$$\delta = \left(\frac{1}{32 \times \pi^3} \right)^{\frac{1}{2}} \times g \times \left(\frac{5}{190^3} \right)^{\frac{1}{2}} \times (10^{-9})^{\frac{1}{2}} = 331 \times 10^{-9} \text{ インチ}$$

並進運動の変位に対するこの計算値は、300万分の1インチほどであり、He-Neレーザー光の波長の約0.013倍です。この程度のたわみは普通、ほとんどの実験や用途において問題とはならないでしょう。

原則2：テーブルトップの角度たわみは、梁のたわみにはるかに大きな影響を与える

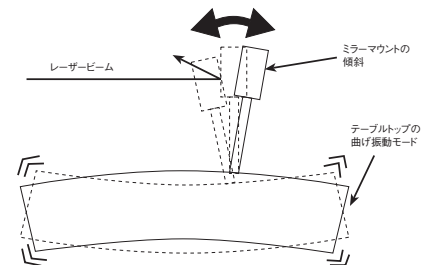


図2：テーブルトップの曲げは、梁のたわみを生じる最大の原因です。

テーブルトップの傾斜を考慮して計算すると、状況は更に深刻になります。テーブルトップまたはブレッドボードが振動の影響を受けると、並進運動をするだけでなく、曲げモードの運動も行います。テーブルトップの曲げは、以下の2つの理由により光学的性能に深刻な影響を及ぼします。