

図4
この光は、光学軸からxの距離の点でレンズを通過します。この光に対し、倍率の定義を使用していくつかの基本的な幾何学公式をあてはめると、次のような式が得られます。

$$\theta_1 = X/S_1, \theta_2 = X/S_2 = (x/s_1)(y_1/y_2)$$

これを変形すると、次の式が得られます。

$$y_2 \theta_2 = y_1 \theta_1$$

これは光学における基本的な式です。レンズのみで構成されるすべての光学系においては、像のサイズと光の角度の積は、その系の中で一定または不変です。これは、光学的不変量と呼ばれるものです。

光学のテキストによっては、これをラグランジェ

の不変量 (Lagrange Invariant) と呼んだり、スミス・ヘルムホルツの不変量 (Smith-Helmholtz Invariant) と呼んだりしています

光学的不変量は、私たちがここで扱っている近軸近似においても有効です。また、この展開では、レンズは収差のない理想的なものであると仮定します。ここでの検討において収差を考慮に入れるということは、不変量の式において等号を不等号 (\geq) に変えることを意味します。つまり、収差は積の値を大きくすることも小さくすることはありません。

フォーカシングとコリメーティング

Focusing and Collimating

応用1：コリメーティングされたレーザービームのフォーカシング

第1の例として、レーザービームを小さなスポットにフォーカシングするという一般的な応用例を考えてみます。この状況を図5に示します。ここでレーザービームの半径を y_1 、拡散角を θ_1 として、これを焦点距離のレンズでフォーカシングするものとします。図から、 $\theta_2 = y_1/f$ であることが分かります。光学的不変量からすると半径と拡散角の積は一定のはずですから、 $y_2 = \theta_1 f$ でなければなりません。

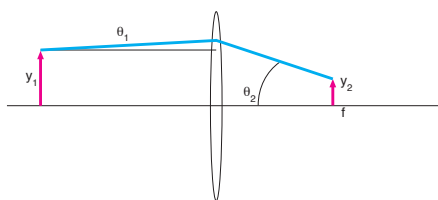


図5
実際に数値を用いた例として、NewportのHeNeレーザーR-31005の出力を、同じくNewportのKPX043平凸レンズを使用してフォーカシングする場合を考えてみましょう。このレーザーのビーム径は0.63 mmで拡散角は1.3 μ radです。これらの値は、直径と全拡散角です。したがって、図の表記を使用すると $y_1 = 0.315$ mm、 $\theta_1 = 0.65$ μ radとなります。KPX043レンズの焦点距離は25.4 mmです。したがって、焦点におけるスポット半径は $\theta_1 f = 16.5$ μ m、直径にすると33 μ mとなります。

この応用例においては、これが焦点のスポット径の最小サイズに関する基本的な限界となります。ここでは、レンズは収差のない理想的なものであると仮定していますので、レンズを改善することによってスポット径を小さくする余地はありません。スポット径を小さ

くする方法は、より短い焦点距離のレンズを使用するか、ビーム径を大きくすることだけです。光学系の幾何学的な制約によってこれが不可能な場合は、33 μ mが実現可能な最小のスポット径ということになります。さらに、このスポット径は回折によってさらに大きくなる可能性があります (P283からの「ガウシアンビーム光学」を参照してください)、ここでは波動光学は無視して幾何光学だけを扱います。

応用2：点光源からの光のコリメーティング

もう一つの一般的な応用例は、図6に示すような非常に小さな光源からの光のコリメーションです。この問題は、多くの場合「点光源」からの出力をコリメートするものとして説明されます。残念ながら真の点光源というものは今のところ存在せず、計算においては必ず光源のサイズを考慮に入れる必要があります。図6における点光源は半径 y_1 で、角度 θ_1 の最大角度光を発します。この光源からの出力を焦点距離fのレンズでコリメートする場合、そのビームは半径 $y_2 = \theta_1 f$ 、拡散角 $\theta_2 = y_1/f$ となります。ここで、どのようなレンズを使用したとしても、ビーム半径とビーム拡散角は相反関係にあるということに留意してください。たとえば、コリメーションの精度を2倍にしようとする、ビーム径も2倍にする必要があります。

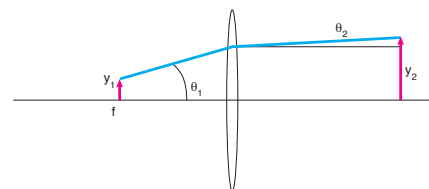


図6

最も一般的な応用例は光ファイバからの出力のコリメーションなので、これを想定して実際の数値を検討してみましょう。NewportのFMBBファイバのコア直径は200 μ m、開口数 (NA) は0.37です。したがって、この光源の半径 y_1 は100 μ mとなります。NAはファイバが受け入れることのできる角度の半分として定義されますので、 $\theta_1 = 0.37$ です。この例においても焦点距離25.4 mmのレンズKPX043を使用してコリメーティングを行うと、ビーム半径は9.4mm、半拡散角は4mradとなります。以上から、ビームのサイズと拡散角の間には特別な関係があることがわかります。ビーム径を小さくしたければ、拡散角を大きくする必要があります。また、長い距離にわたってビームを平行に保ちたいければ、これを実現するためにはビーム径をより大きなものにしなければなりません。

応用3：レーザービームの拡大

レーザービームの拡大が必要になることはよくありますが、これを行うためには少なくとも2枚のレンズが必要です。図7では、半径 y_1 、拡散角 θ_1 のレーザービームが焦点距離 $-f_1$ の負のレンズで拡大されています。応用1と2から $\theta_2 = y_1/|-f_1|$ であり、また、光学的不変量から、このレンズによって形成される虚像の半径は $y_2 = \theta_1 |-f_1|$ となります。この像はレンズの焦点の位置にあり、 $s_2 = -f_1$ です。さらに、良好にコリメートされたビームでは $s_1 \sim \infty$ とすることができるので、ガウスのレンズ公式から $s_2 = f$ となります。正の焦点距離 f_2 を持つ2枚目のレンズを置いて、これら2枚のレンズを2つの焦点距離の和 $-f_1 + f_2$ だけ離すと、半径 $y_3 = \theta_2 f_2$ 、拡散角 $\theta_3 = y_2/f_2$ のビームが得られます。

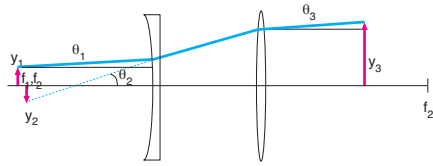


図7

拡大率には次の式が成り立ちます。

$$y_3/y_1 = q_2 f_2 / q_2 | -f_1 | = f_2 / | -f_1 |,$$

これはつまりレンズの焦点距離の比率です。拡大したビームの直径には次の式が成り立ちます。

$$2y_3 = 2q_2 f_2 = 2y_1 f_2 / | -f_1 |.$$

得られた拡大ビームの拡がり角には次の式が成り立ちます。

$$q_3 = y_2 / f_2 = q_1 | -f_1 / f_2$$

この拡がり角は、当初の拡がり角よりも焦点距離 $| -f_1 / f_2 |$ の比率と等倍率で小さくなります。そのため、レーザービームを5倍に拡大するには、焦点距離の差が5倍の2枚のレンズを選択します。拡大したビームの拡がり角は、当初の拡がり角の1/5倍になります。

一例として、NewportのR-31005 HeNeレーザー（ビーム径0.63 mm、拡がり角1.3 μrad）を検討します。これはビーム径と完全な拡がり角ですので、図の表記と同様に、 $y_1 = 0.315$ mmであり、 $q_1 = 0.65$ μradとなります。このビーム径を10倍に拡大し、拡がり角を10分の1に抑えるには、 $f_1 = -25$ mmの平凹レンズKPC043と $f_2 = 250$ mmの平凸レンズKPX109を選択します。実物のレンズは薄いレンズの数値とはわずかに異なりますので、この2つのレンズの間隔は実際には背面焦点距離の合計、 $BFL_1 + BFL_2 = -26.64$ mm + 24761 mm = 220.97 mmとなります。拡大したビーム径は次のようになります。

$$\begin{aligned} 2y_3 &= 2y_1 f_2 / | -f_1 | \\ &= 2(0.315 \text{ mm}) \\ &\quad (250 \text{ mm}) / | -25 \text{ mm} | \\ &= 6.3 \text{ mm}. \end{aligned}$$

拡がり角は、次のとおりです。

$$\begin{aligned} q_3 &= q_1 | -f_1 / f_2 \\ &= (0.65 \text{ } \mu\text{rad}) | -25 \text{ mm} / 250 \text{ mm} \\ &= 0.065 \text{ } \mu\text{rad}. \end{aligned}$$

収差を最小限に抑えるため、負レンズには平凹レンズ、正レンズには平凸レンズを使用し、2つのレンズの平面が向かい合うように配置することが最適です。さらに収差を抑えるには、レンズの中心部のみ光を通す必要がありますので、大きめのレンズを選択すると好都合です。これはガリレイ型ビームエキスパンダと呼ばれる形式です。2つの正レンズを使用するケプラー型ビームエキスパンダの設計もありますが、ガリレイ型設計よりも構成が長くなります。

応用4：拡大した光源を小さなスポットへ集光

この応用は、前述のいくつかの応用のような集光やコリメーション問題ではなく、イメージング問題へのアプローチです。CCDカメラを使用して蛍光サンプルの画像処理を行うような状況が一例です。図8はその配列を示しています。半径 y_1 の拡大光源が焦点距離 f のレンズから距離 s_1 に配置されています。図では、曲率 R でレンズに入射する光線を示しています。この曲率 R を使用して、レンズの最大許容光線、あるいは有効径を求めます。

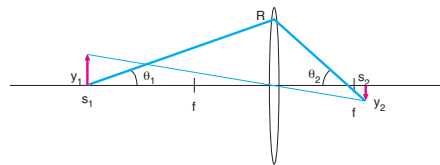


図8

弊社のガウシアンレンズの式から、 s_1 が大きくなると、 s_2 が f に近づきます。近似値を得るため、 $q_2 \sim R/f$ とします。次に、光学不変量から次の式が成り立ちます。

$$y_2 = y_1 q_1 / q_2 = y_1 (R/s_1) / (f/R) \text{ または}$$

$$y_2 = 2y_1 (R/s_1) / f \#.$$

ここで、 $f/2R = f/D$ はレンズのf数 ($f/\#$) です。 $f/\#$ を小さくすると画像サイズが小さくなりますが、 $f/\# = 1$ 程度が限度です。残された選択肢は、 R を減らす（小型レンズを使う、またはレンズ前面の開口絞りを小さくする）、または s_1 を増やすことです。しかし、どちらを行っても、レンズの集光を制限することになります。 R を半分にするか、 s_1 を2倍にした場合、レンズが規定する立体角が制限されるため、 s_2 で集光される光の合計量は4分の1になります。

レーザー

光源

イメージング

光学測定

オフライン

分光機器